1.結合カオス系の相転移(基研長期研究会「カオスとその周辺」,研究会報告)

坂口, 英継

- 44. Poincare Propagator　京大理　足立聡
- 45. 量子カオスの情報論的アプローチ　早大理工　首藤啓・水谷正大
  Tata Institute of Fundamental Research　深井朋樹
- 46. 量子カオスにおける潜在的混合性
  京大基研　池田研介・京大理　足立聡・戸田幹人
- 47. Semiclassical Limit of the Kicked Rotor　KEK　湯川哲之

1. 結合カオス系の相転移

京大理　坂　口　英　継

カオスとしての性質がわかっているベルヌイマップを多数結合させた系を考え，決定論に従う無限自由度系に生じる相転移現象を調べた。1次元ベルヌイマップは

$$
\begin{cases}
X_{n+1} = \dfrac{2}{1+\Delta}(X_n + 1) - 1 & -1 < X_n < \Delta \\
X_{n+1} = \dfrac{2}{1-\Delta}(X_n - 1) + 1 & \Delta < X_n < 1
\end{cases}
$$

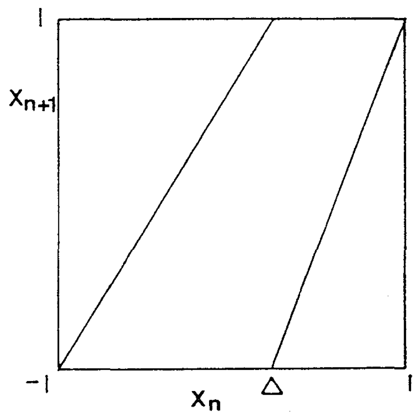

図　1

で表わされる（図1）。結合ベルヌイマップ系として次のモデルをつくった。

$$
\begin{cases}
X^i_{n+1} = \dfrac{2}{1+\Delta^i_n}(X^i_n + 1) - 1 & -1 < X^i_n < \Delta^i_n \\
X^i_{n+1} = \dfrac{2}{1-\Delta^i_n}(X^i_n - 1) + 1 & \Delta^i_n < X^i_n < 1 \\
\Delta^i_n = f(\ \{S^j_{n-1}\}\ )
\end{cases}
\qquad i = 1, 2, \cdots N
$$

S^j_n は時刻 n の j 番目のスピン変数で $S^j_n = \mathrm{sgn}(X^j_{n+1} - X^j_n)$ で定義する。オーダーパラメータとして $\sigma_n = \dfrac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} S^j_n$ を導入する。パラメーター Δ^i_n が1つ前のステップのスピン変数のある関数としてあらわされる。例として平均場結合・同時マップモデルと正方格子・交互マップモデルを調べる。

平均場結合モデルでは $\Delta_n^i = f(\sigma_{n-1}) = \kappa\sigma_{n-1}(1-\sigma_{n-1}^2)$ とする。つまり Δ_n^i がオーダーパラメーターの関数となっている。$N\to\infty$ では σ_n は Δ_n^i に等しくなるので，オーダーパラメーターがみたす式 $\sigma_n = f(\sigma_{n-1}) = \kappa\sigma_{n-1}(1-\sigma_{n-1}^2)$ が得られる。従って，$\kappa=1$ で対称性の破れる相転移が生じ，κ を大きくすると period doubling をへて，カオスになることがわかる。$N=100000$ のシミュレーションの結果を図2に示す。マクロな変数 σ が2周期運動やカオティックな運動をしていることがわかる。

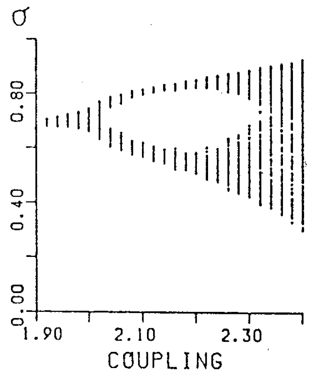

図　2

正方格子交互マップモデルでは Δ_n^i として $\tanh(\frac{\kappa}{4}\sum_{j\in N_i} S_{n-1}^j)$ を用いる。N_i は i の最近接格子点を表わしており，Δ_n^i は i のまわりの4つの格子点のスピンの平均値の関数になっている。ある点 i のマップを実行する時はまわりの4格子点の値をとめておき，次のステップで i 点をとめておき，まわりの4格子点でマップを実行する。こうすると定常状態でのスピンの確率分布は，2次元イジングモデルの熱平衡分布 $\exp\{-\frac{\kappa}{4}\sum_{j\in N_i} S^i S^j\}$ となることがわかる。図3は $N=99\times 99$ のシミュレーションの結果を2次元イジングモデルの厳密解と比較したもので，結合マップ系で2次元イジングモデルの相転移が生じていることがわかる。

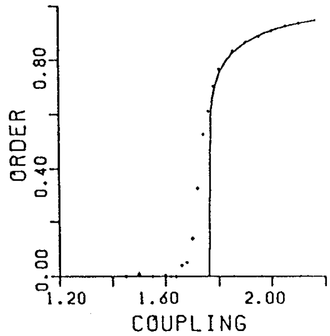

図　3

3. ベナール対流におけるロール波数の競合

広島大・理　八 幡 英 雄

ベナール対流は，レイリー数 R，容器のアスペクト比，流体のプラントル数 σ などに応じて，種々の空間的パターンと時間発展挙動を示す。最近水を用いて，アスペクト比が中程度（直方体容器で $\Gamma_x \simeq 4$, $\Gamma_y \simeq 10$, 垂直方向を z 軸とする）の体系の実験が，複数のグループによって行われた。[1),2)] その結果のうちいくつかをのべると，(1)対流の空間パターンははじめ短軸に平行な軸をもつ10個のロールであるが，Rを上げていくと，6個のロール構造に遷移する。(2)6